Hitzaurrea

Esku artean duzun liburu hau Lehen Hezkuntzako irakasleen hasierako trebakuntzarako eskuliburu bat da. Testuan integratu nahi izan dira zenbaki arruntaren eraikuntzari buruz eta eskolan lantzen diren prozesu aritmetikoei buruz irakasle orok jakin beharreko oinarrizko nozio matematikoak, ikuspuntu anitz elkarri lotuz, besteak beste: nozio horien sorrera historikoa eta testuinguru antropologikoa, haurraren garapen biologikoa eta kognitiboa, eta nozio horien formalizazio matematikoa bera.

Helburua LHko irakasleak trebatzea denez, liburu honetan ez da zehazten eduki matematiko bakoitzaren transposizioa ikasmaila edota adin-tarte jakin batera, LHko ikasleek ebatziak izateko gisan. Proposamen horiek bestelako asmoa duten eskuliburuetan aurkitu beharko ditu irakurleak. Arrazoi beragatik, liburu honetan ez zaie erreferentzia zuzenik egiten Euskal Herrian indarrean diren hezkuntza-curriculumei, horiek denboran eta lurraldearen arabera aldatzen baitira.

Nozio matematikoen ikasketa eta lanketa laguntzeko, adibideez gain, ehun ariketa inguru atondu dira liburuan zehar. Horiek ebatzi ostean, irakurleak amaierako eranskinean aurkituko ditu ebazpenak edota ebazpen-iradokizunak, bai eta erabili diren erreferentzia bibliografikoak ere. Liburuko diagrama edota irudi jakin baten iturria erreferentzia sorta horretan agertzen ez bada, egileak berak obra honetarako sortutakoa da.

Amaitzeko, irakasleen hasierako trebakuntzarako aproposa izateaz gainera, liburu hau irakasleen etengabeko trebakuntzarako ere baliagarri gerta daiteke, eta, zer esanik ez, plazer eta jakin-min gosez dagoen edonork ere irakur lezake.

1. Bi hitz munduaren jabe egiteko

Zenbatzea jarduera linguistiko eta kulturala da. Haur txikiek zenbakiak nola erabili ikasten dute, gutxi gorabehera, gizadiak trebezia hori garatu duen modu bertsuan. Edonola ere, gizadiak milaka urtetan egin duen ikasketa-prozesu neketsu hori bera, haurrek urte gutxi batzuen buruan lortzen dute. Honenbestez, irakasle batek jakin beharra du zenbakikuntza-sistemak historian zehar nola garatu diren, ikasle gazteek urrats horiek berak errepikatu ditzaketelako euren zenbakizko trebezien garapenean.

Hizkuntza batean edo bestean zenbatu dezakezu, edozein sinbolo sorta balia dezakezu zenbaketa hori laguntzeko: ez du axola. Zenbatzeko teknikak unibertsalak dira, antropologoek eta historialariek aztertu dituzten gizarte guztietan agertzen dira eta gizarte orok duen oinarrizko behar komunikatibo bati erantzuten diote: *Zenbat?* galderari erantzuten diote, hain zuzen ere.

Zenbatzeko teknika horietan dago zenbakiaren eta aritmetikaren abiapuntua, eta, funtsean, zenbatzeko teknikek hiru funtzio betetzen dituzte:

- *Objektu baten* neurria *ematen dute.* Magnitude jakin baten neurketa egitean (luzera, denbora, etab.), zenbaketaren elementu bakoitzak neurketaren unitate bat adierazten du. Gisa honetako galderei erantzuten diete: *Zenbat dago? Zenbateko neurria du?*
- *Multzo baten* kardinala *ematen dute*. Hau da, zenbatutako elementuen kopurua ematen dute. Gisa honetako galderei erantzuten diete: *Zenbat daude? Zenbat dira?*
- *Objektu jakin baten* ordinala *ematen dute*. Hots, ordenaturiko bilduma batean objektu batek betetzen duen lekua adierazten dute. Gisa honetako galderei erantzuten diete: *Zer egin behar da lehenengo? Zer bigarren?*

Gizarte bakoitzean zenbatzeko teknika propioak garatu diren arren, gehienetan, hitzezko zerrendak erabili izan dira behar komunikatibo hori asetzeko: bat, bi, hiru, lau, etab. Zenbakizko hitz horiek balio dute objektu baten ezaugarriak deskribatzeko, objektu-bilduma bat esku artean dugunean kopuruei buruz hitz egiteko, eta baita bildumako objektu horien kokapenari buruzko informazio zehatza emateko ere.

Zenbakien erabileraren aurretik, gizadiak baliatuko zituen nolabaiteko nozio topologiko basikoak, esate baterako: herrixka bat egon zitekeen *urrun* edo *hurbil*;

animalia multzo bat *handia* edo *txikia* izango zen; erreka bateko emaria *ugaria* edo *urria* izan zitekeen; etab. Haur txikiek ere balio dikotomiko horietatik abiatuta garatzen dute euren zenbakizko zentzumena, eta kardinal txikiak modu espontaneo batean identifikatzeko gai direla ere erakusten dute, zenbaketarik propio egin gabe.

Hitzezko zerrendan aurrera egin ahala, geroz eta kardinal handiagoak maneiatzen dira. Beharrezkoa gertatzen da zenbaketaren kontua ongi atxikitzea, eta, lorturiko kopurua hobe gogoratzeko, zenbaturiko elementuekin multzoak egin ohi dira. Hasierako kulturetan, multzoak elementu gutxirekin egiten ziren: *bikoteak* egiten ziren lehenengo eta behin, eta, gerora, ezagutzen dira *seiko* multzoak egiten zituzten kulturak, *hamabikoak* (dozenak) egiten zituztenak, edota *hirurogeiko* multzoak egiten zituztenak ere. Gaur egungo zenbakikuntza-sistema estandarrean *hamar* oinarria baliatzen da.

Hitzezko zerrendak horren ohikoak zaizkigu, nekez imajinatzen ahal dugun horiek erabili gabe kopuruen gaineko informazioa trukatzea zein zaila den. Txingor-ekaitz baten irudia aski irudi sinplea da, baina hura deskribatzea nekeza egingo zaizu, zenbakiak adierazteko hitzak baliatzea galarazten baldin bazaigu.

1.1. HASIERAKO EGOERA BAT: TXINGOR-EKAITZA

Kopuruak adierazteko hitzezko zerrendak erabili ezean, nekeza da bi pertsonaren arteko jarduera komunikatiboa.

Antzinako gure arbasoek eduki beharko zituzten nolabaiteko estrategiak kopuruak hitzez adierazi ahal izateko. Demagun tribu jakin bateko esploratzaileak aurkitu dituela ehizarako balia daitezkeen zenbait animalia. Informazio hori bere kideei helarazteko, ados jarri beharko dira animalia mota ezberdinak identifikatzeko balioko duten terminoetan (oreina, basurdea, zaldia, etab.), baina baita animalien neurria zehaztuko duten terminoetan ere (animalia handiak, animalia txikiak, etab.), kopuruak adierazteko kardinaletan (orein asko, orein gutxi), animalia horiek zein distantziatara dauden (basurdeak urrun, basurdeak hurbil) eta zein kokapen espazialetan (zaldiak sortaldera, zaldiak sartaldera).

1.1.1. Haur txikia eta magnitude elementalen neurketa

Zenbakien erabilera hertsiki loturik dago magnitude elementalen neurketarekin (luzera, bolumena, masa, edukiera eta denbora), eta, horregatik, ez da harritzekoa haurren hasierako ikaskuntza numerikoak neurketen eskutik joatea.

Zenbakiak, magnitudeak edota nozio espazialak lantzen hasten direnean, 3 edo 4 urteko haur txikiek termino dikotomikoak baliatzen dituzte lehenenik eta behin. Zenbakiak *identifikatzeko*, *definitzeko* eta *ezagutzeko* jardueretan (Alsina, 2011), oinarrizko kuantifikatzaileen izenak ezagutzen hasten dira: asko, gutxi, guztiak, zenbait, bat ere ez. Zenbakiak *erlazionatzeko* jardueretan ere, zenbakien euren aurrekoak diren termino konparatiboak baliatzen dituzte: […] baino gehiago / gutxiago; […] bezala / berdin; adina, beste, adinbat, bezainbat, bezainbeste, hainbeste; adinako, besteko, hainbesteko.

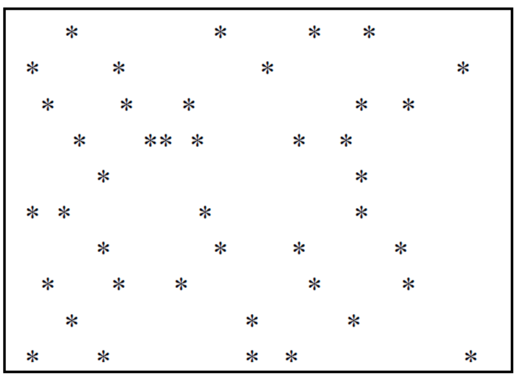
Beste horrenbeste gertatzen da magnitude elementalen neurketarekin ere, non, hasiera batean, balio dikotomikoak erabiltzen diren: luzea / laburra; altua / baxua; handia / txikia; pisutsua / arina; betea / hutsa; etab.). Ondoren, gutxika, haurra has daiteke neurketak egiten eskala zehatzagoak baliatuz: luzea / ertaina / laburra; etab. Neurrien ezagutzari dagokion hizkuntza matematikoak eta magnitudeen gaineko lengoaia horrek denboraren joanari ere eragiten dio: eguna / gaua; goiza / arratsa; etab. Neurrien artean erlazioak ere egiten ditu haurrak, hots, taldekatzeak, ordenazioak edota seriazioak egingo ditu: […] baino gehiago / gutxiago; […] bezala, berdin; etab.

Azkenik, esan daiteke posizioa lantzeko jarduera espazialetan baliatzen den oinarrizko hizkuntza geometrikoa ere nozio topologiko dikotomikoetan abiatzen dela: barruan / kanpoan; irekia / itxia; aurrean / atzean / erdian; gainean / azpian / tartean; urrun / hurbil; aurrez / alboz; aurretik / ondoren; etab.

1.1.2. Zaila da hitzik gabe zenbatzea

Egin dezagun denboran atzera une batez, demagun gure hizkuntzak ez dituela kopuruak adierazteko hitzak edota sinboloak; bestela esanda, gure errepertorio linguistikoa haur txiki batek magnitude elementalak hautemateko izango lukeen bera da, aurreko 1.1.1. atalean ikusi den modura. Gabezia horrekin, kopuruak adierazteko jarduera komunikatiboak zailak lirateke.

Esate baterako, pentsa dezagun gutako norbaitek 1. irudiko konfigurazioa ikusi duela, eta beste pertsona bati azaldu nahi diola irudia nola osaturik dagoen; deskribapen hori egiteko baldintzapen bakarra du: ezin ditu hitzezko zenbakiak erabili (bat, bi, hiru, etab.) ezta horien baliokideak diren sinboloak ere (1, 2, 3, etab.).



1. irudia. Txingor-ekaitza (Iturria: Godino, 2004: 17).

[1] Ariketa. Txingor-ekaitza[1].

Jarduera hau bikoteka egiten da. Bikotekideetako bakoitzak beharko ditu paper zuri bat eta arkatza. Lehenengo kideak, bere paper zurian, txingor-ekaitz bat irudikatuko du (1. irudikoaren antzerakoa, baina norberak asmaturikoa) eta ez dio bere kideari erakutsiko: hots, lehenengo kideak hainbat puntu lodiz osaturiko hodei moduko bat marraztu beharko du bere arkatzarekin eta bere paperean, baina ez dio bigarren kideari erakutsiko.

Behin txingor-ekaitza marraztuta, lehenengo kideak ahoz deskribatu beharko dio bere marrazkia bigarren kideari, eta honek bere paperean berreraiki beharko du lehenengoak deskribatzen dion marrazkia.

Deskribapen hori egiteko, lehenengo kideak arau bakarra bete behar du: ezin ditu hitzezko zenbakiak erabili (bat, bi, hiru, etab.; edozein hizkuntzatan) ez eta horien sinbolo edo baliokiderik (1, 2, 3, 4, etab.; edota bestelako sinboloak). Hau da, lehenengo kideak haur txikiaren lengoaia topologikoa besterik ezin du erabili.

Deskribapena amaitutakoan, bi kideek elkarri erakutsiko dizkiote euren marrazkiak, eta egiaztatu egingo dute marrazki bera lortu ote duten edo ez.

Bistan denez, zenbakien hitzak edota horien sinboloak erabili gabe, 1. ariketako zeregina zail xamarra da. Pertsona batek puntuz osaturiko marrazki edo konfigurazio bat berregin behar badu, hura ikusi gabe, ezinbestean beharko ditu kopuruen inguruko informazioa formulatzeko berariazko hitzak. Hitz horien faltan, zeregina eramanezina da.

Nolabaiteko parekotasuna dago zenbakiak ikasteko haur txiki batek jarraitzen dituen prozesu kognitiboen eta gure espezieak zenbakiak garatzeko jarraitu duen prozesu historikoaren artean. Harrigarria baldin bada ere, eta itxura guztien arabera, *homo sapiens*ak zenbakizko bi hitz bakarrik behar izan zituen Afrikatik planeta osora hedatzeko: *bat* eta *bikotea*.

1.2. BAT ETA BIKOTEA

Animalia askoren antzera, gizakiak badu berezko ahalmena kardinal txikiak bat-batean ezagutzeko, zenbaketarik propio egin gabe. Objektuen konfigurazio bat ikusten dugunean, bat-batean esan dezakegu bilduma horretan zenbat objektu dauden, objektu horietako bakoitza banan-banan zenbatu gabe. Zenbait animalia espezieren garapena aztertu denean, ikusi da eboluzioaren aro ezberdinetan garatu izan direla kopuruen gaineko abilidade kognitiboak ahalbidetzen dituzten hobekuntzak (Feigenson, Libertus eta Halberda, 2013).

1. Godino, J.D. (2004). *Matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada, 17.

[1] Adibidea. Beleen zentzumen numerikoa.

Beleak arrautzak errun ditu bere habian, eta hura zaintzen dabil, harrapakariak ager ez daitezen. Pertsona bat sartu da basoan, eta belea ez da habiatik mugituko pertsona hura basotik ateratzen ikusten ez duen artean. Behin pertsona hura joan denean hasiko da berriz janari bila edota bestelako zereginetan.

Ondoren, bi edota hiru pertsona sartu dira basoan, eta beleak modu berean jokatu du: pertsona bakoitzak ibilbide ezberdin bat egin du, eta momentu ezberdin batean atera da basotik; baina belea ez da habiatik mugitu guztiek alde egin duten arte, eta orduan berriz hegaldatu da jaki bila.

Baina basora lau pertsona sartu direnean, eta hiruk alde egin dutenean, belea berriz ere erlaxatu da, eta guztiek alde egin dutela sinetsita, janari bila jarri da berriz. Basoan oraindik harrapakari potentzial bat dabilen arren, beleak harrapakari kopuruaren gaineko kontrola galdu du.

Animalia askoren modura, beraz, belea gai da kardinal txikiak modu globalean hautemateko. Ez dago esaterik beleak *zenbatzen* dakienik, ez dizkie harrapakariei zenbakizko termino abstraktuak ezartzen sekuentzia ordenatu batean (bat, bi eta hiru harrapakari), baina haren burmuina gai da modu orokor batean kopuru txikiak antzemateko, eta kopuru txiki horien gainean nolabaiteko kontrol espazial eta denborazkoa ezartzen du.

1.2.1. Kardinalaren ezagutza goiztiarra

3 urtera bitartean, haur txikia gai da multzo baten kardinala globalean emateko, ikusmena soilik baliatuz, eta zenbaketarik egin gabe. Horregatik, etapa honi *kardinalaren ezagutza goiztiarra* deritzo.

Haurrak 3 edo 4 elementuko multzo baten kardinala eman dezake, eta objektuen kokapen espazialari begiratuz jakin dezake zenbat elementu dauden, barne-simetriari begiratuz, etab. Aldiz, kardinal handiagoak ezingo ditu eman, horretarako zenbaketa-teknikaren bat erabili behar delako, zenbakien hitzezko sekuentzia ezagutu behar delako, eta haur txikiek teknika horiek menderatzen ez dituztelako.

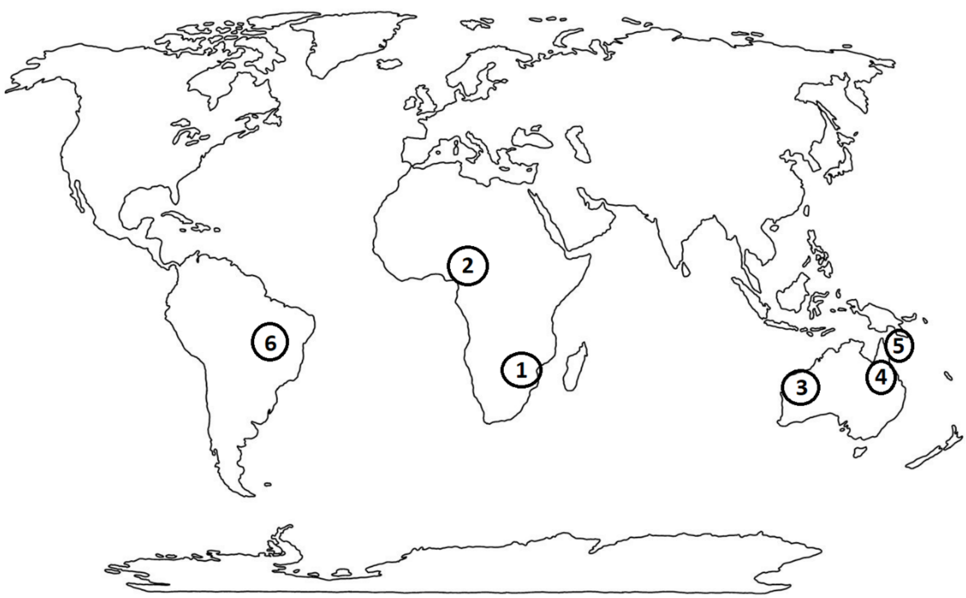
Kardinalen gaineko kontrol global hori baliatzen dute 3 urtera bitarteko haurrek, egunerokoan euren oinarrizko beharrizanak asetzeko. Adibidez, meriendaren ordua heldu da eta irakasleak zirkuluan eseri ditu haurrak lurrean. Banan-banan eta besteen aurrean galdetuko die zenbat gaileta nahi dituzten, halako moduz non haur bakoitzak ikusi eta entzun egiten duen irakasleak beste haurrekin duen elkarrizketa, eta haur horrek jasotzen dituen gaileta kopurua. Ohikoan, haurrek kontrolatzen dituzten kopuruak eskatuko dituzte: gaileta bat edo bi gaileta, agian; merienda garrantzitsuegia da esperimentuetan hasteko, eta zalantzaren aurrean, haurrek ez dute arriskuan jarri nahiko jasoko duten janari kopurua.

Aldiz, beste haur batek hiru edo lau gaileta eskatzen dituenean, gainerakoek arreta handiz jarraituko dute transakzioa, zer gertatzen den eta haur horrek zenbat gaileta jasoko dituen jakin nahiko dutelako.

1.2.2. Zenbaketaren hastapenak

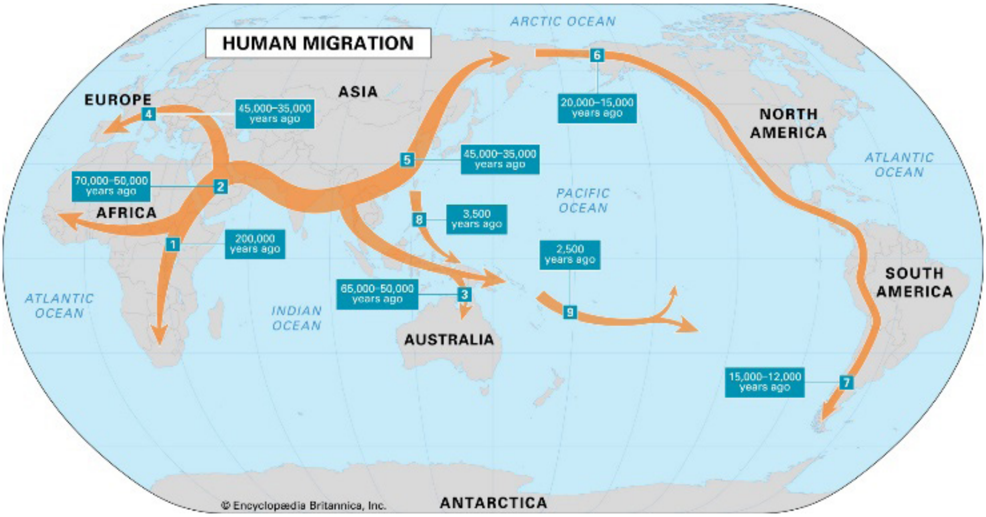
Ikuspuntu antropologikotik eta historikotik, pentsatzekoa da hasierako gizakien antzinako kulturetan ere kopuruen gaineko ikusmolde global bat izango zutela. Antzina, gure arbaso zaharrek ez zuten *zenbatuko*, baina izango zituzten kantitate txikien gainean oinarrizko jarduera komunikatiboak egiteko mekanismoak edota hitzak. Hau da, haien errepertorio linguistikoan zenbakizko hitzen sekuentzia luze bat izan gabe ere (bat, bi, hiru, …, hogei, …), kopuru txikien gaineko informazioa elkarrekin trukatuko zuten.

Horren ebidentziak aurkitu izan dira zenbait kulturaren jatorriak aztertu izan direnean (Ifrah, 1985). Esate baterako, Afrikako zuluek eta pigmeoek, Australiako arandak edota kamilaraiek, Ozeaniako Murria irletako biztanleek edota Brasilgo bocotudoek (2. irudian), horiek denek zenbakiak adierazteko bi hitz besterik ez dute izan euren kultura tradizionaletan: *bat* eta *bikotea*.



2. irudia. Sistema bitar tradizionalen kokapenak, Ifrah-ren arabera:
1) Zuluak, 2) Pigmeoak, 3) Arandak, 4) Kamilaraiak, 5) Murria irlak, 6) Bocotudoak.

Planetako zoko hain urrunetan patroi kultural bera aurkitzeak iradoki dezake lehen *sapiens* gizataldeak Afrikatik mundura hedatu zirenean (3. irudia), horiek zirela eskura zituzten zenbakizko hitzak. *Homo sapiens*a duela 70 000 urte garatu zen Afrikako ekialdean, eta epe horretan kokatzen da, hain zuzen ere, *fikzio-hizkuntza*ren sorrera (Harari, 2019). Duela 16 000 urte, berriz, gizakia hegoaldeko Amerikara heldu zen, eta esan liteke, beraz, fikzio-hizkuntzak abantaila eman ziola gizakiari gainerako animalia-espezie guztien gainean jartzeko, oso denbora-tarte laburrean. Zenbakizko hitzen ezagutza kultural sinple horrek lagunduko zuen, inondik inora.



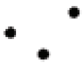
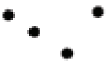
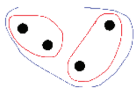
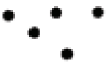
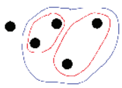
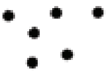
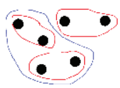
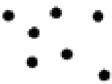
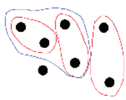
3. irudia. *Homo sapiens*aren hedatzea (Iturria: Entziklopedia Britainiarra).

*Bikote*aren nozioa sinplea da zinez, bi elementuz osaturiko bilduma minimo bat adierazten du, besterik ez; baina atea zabaltzen dio gaur *zenbakikuntza-sistema* deitzen diogun horri. Zenbakiak antolatzeko orduan, zenbakizko hitz guztiak hurrenkera batean antolatzea nekeza da (bat, bi, hiru, …, mila, …), eta zerrenda luzeak egin baino areago, kopuru jakin bateko multzoak egitea komeni da: multzoak egiteko baliatzen dugun kopuru jakin eta finko horri *oinarri* esaten zaio.

Sistema bitarraren egitura adierazten duen 1. taulan, koloreak baliatu dira bikoteak adierazteko. Lehenengo eta behin, elementuen bilduma horretan ahalik eta bikote gehien egiten dira; bikote horiek gorriz adierazi dira. Ondoren, prozesua errepikatu egiten da, eta multzo gorriak berriz ere bikotetan elkartzen dira; kolore urdina baliatu da maila goragoko bikote berri hori adierazteko. Elementu gehiago egonez gero, modu berean jokatuko litzateke geroz eta multzo handiagoak sortuz, binaka-binaka.

Bikoteak egiteko prozesuan elementu bat solte geratzen bada (puntu beltz bat), «unitate» bat adierazten da kode bitarrean; era berean, bikoteak egiteko prozesu horretan bi elementuko multzo bat solte geratzen bada (multzo gorri bat), «hamarreko»en digituan adierazten da multzo hori; solte geratu den multzoa maila goragoko bikote bat bada (multzo urdin bat), «ehuneko»en digituan adierazten da multzo hori; etab.

1. taula. Sistema bitar goiztiarra antzinako kulturetan.

Elementuak	Multzoak	Kopuruak bikoteka adierazita	Sistema bitarrean
		Unitatea	1
		Bikotea	10
		Bikotea eta unitatea	11
		Bi-bikotea	100
		Bi-bikotea eta unitatea	101
		Bi-bikotea eta bikotea	110
		Bi-bikotea, bikotea eta unitatea	111

[2] Ariketa. Puntu-hodeia.

2. taulan hainbat puntu-hodei aurkituko dituzu. Ezkerreko zutabeko elementuak bikoteka multzokatuz, kopuru horiei dagozkien adierazpenak idatzi behar dituzu eskuineko zutabean, sistema bitarrean. Horretarako, 1. taulan aurkeztu den metodoari jarrai diezaiokezu. Gogora ezazu sistema bitarra zuluek edota arandarrek erabiltzen zuten sistema dela, besteak beste; eta, sistema horietan, zenbakiak adierazteko bi hitz bakarrik baliatzen zituztela: hitz bat *unitatea* adierazteko, eta beste bat *bikotea* adierazteko. Bete ezazu, beraz, 2. taulako eskuineko zutabea.

Behin 2. ariketa amaituta, berehala ohartuko zara kopuruak bikoteka adierazteko sistema hori ez dela erabilgarria kopuru handietarako. Ikus daitekeen modura, *bat* eta *bikotea* hitzekin, zenbakikuntza-sistema basiko bat eraiki dezakegu, zeina sinplea eta erabilgarria den kopuru txikiak adierazteko, baina kopuru handiekin lan egitean ez dirudien efikaza denik. Kopuru handiagoak adierazteko, *unitatea* eta *bikotea* hitzak soilik baliatuz, sistema eramanezina da.

Oinarrizkoa izanagatik ere, gaur egungo teknologia digitala oinarrizko zenbakikuntza-sistema bitar horretan oinarritzen da. Sistema bitarrean, bi digitu bakarrik erabiltzen dira: 0 eta 1. Digitu bakoitzaren posizioak oinarriaren berretura jakin bat adierazten du, eta horrela, edozein kopuru modu bakar batean adieraz daiteke. Esate baterako, 2 oinarrian idatzitako 1 011 adierazpenak zera esan nahi du:

$$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

Alegia, adierazpen horrek esan nahi du komunikatu nahi dugun bildumak zera dituela, hirugarren mailako bikote bat (*zortzi* unitate), bikote bat (*bi* unitate) eta multzokatu gabeko elementu solte bat (unitate *bat*).

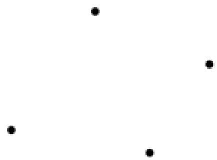
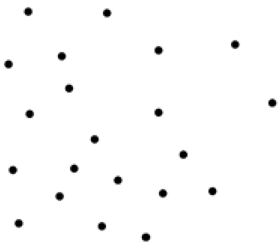
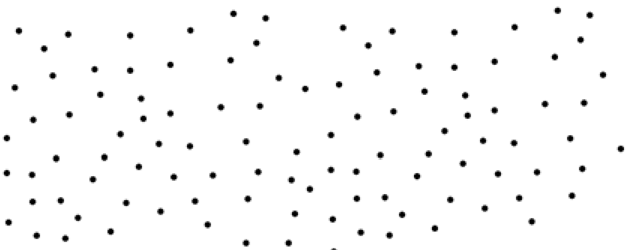
Zenbakizko hitzen zerrenda erabiliko bagenu, elementuetako bakoitzari zerrenda ordenatuko hitz bat esleituko genioke: bat, bi, hiru, lau, bost, sei, zazpi, zortzi, bederatzi, hamar eta hamaika; eta esango genuke bildumak osotara *hamaika* elementu dituela:

$$\textit{hamaika} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

[3] Ariketa. Adieraz itzazu hitzezko zenbaki hauek sistema bitarra baliatuz: *zazpi*; *hamaika*; *hogei*; *hogeita hamabi*.

[4] Ariketa. Esan ezazu 2 oinarriko adierazpen hauek hitzezko zein zenbaki adierazten duten: 10, 101, 1 101, 1 111.

2. taula. Idatzi elementu kopurua sistema bitarrean.

Elementuak **Hurrenez hurreneko biko multzoak hemen irudika ditzakezu**	**Kopuruak bikoteka adierazita edota sistema bitarrean**
	
	
	

1.3. ZENBAKIEN SEGIDAK NOLA ERAIKI IZAN DIREN

Historiak erakusten digu, beraz, garapen bizkorreko hominido bat zarenean, eta animaliaz beteriko mundu bat kolonizatu nahi duzunean, aski dituzula zenbakiak adierazteko bi hitz naturaren jaun eta jabe egiteko: *bat* eta *bikotea*. Baina kultura bat nekez eraiki daiteke bi oinarrizko hitz horiek soilik baliatuta, are gutxiago garatu daiteke zibilizazio konplexu bat, eta inperio batek beharrezkoa duen egitura administratiboa ezinezkoa da zenbakikuntza-sistema sofistikatuago bat eduki ezean.

Hasierako gizataldeek, beraz, berehala ekin behar izan zioten kopuru handiagoak modu errazagoan adierazteko sistemak bilatzeari. Ozeaniako hainbat tribu, Murria irletako biztanleen sistema hobetuz, hizkuntzaren deklinabidea baliatzen hasi ziren kopuru handiagoak adierazteko. Gaur egungo hizkuntza gehienetan bi *numero* besterik ez dira baliatzen: singularra eta plurala. Euskaraz, pluralaren marka «-k» atzizkiaz adierazten da, eta hitz bat «-k» letraz amaitzen denean, badakigu gisa horretako objektu bati baino gehiagori egiten zaiola erreferentzia.

Horrela, bada, guk hitzak singularrez eta pluralez deklinatzen ditugun modu berean, Ozeaniako tribuek atzizki-sistema konplexuak garatu zituzten objektuen numeroa zehazteko: singularra, *duala*, *triala*, *kuatriala* eta plurala. Modu horretara, esaldi batean lau objektura bitarteko numeroa zehaztu zezaketen, zenbakizko hitzik batere baliatu gabe.

[5] Ariketa. Kopuruen gaineko informazioa deklinabidearen bidez eman.

Asma ezazu deklinabide-sistema bat, zeinaren bitartez adierazten ahalko diren singularra, duala, triala, kuatriala eta plurala. Idatz ezazu esaldi bana zuk asmatutako deklinabide horren atzizki bakoitzarekin. Ondoren, konpara ezazu zuk asmatutako hizkuntza hori zure kide batek asmatutakoarekin.

Guk dakigula, Ozeaniako tribuak aitzindariak izan ziren, beraz, zenbakizko sekuentzia luzatzeko problemari aterabideak asmatzen. Edozein dela kausa, deklinabide numeriko konplexuetan oinarrituriko zenbakikuntza-sistemak ez dira hedatu, eta ez dira iritsi gaur egunera arte. Badirudi numeroa adierazteko praktikoagoa izan dela hitzezko zerrenda bera luzatzea, kopuru handiagoak adierazten dituzten hitz berriak txertatuz: *bat* eta *bikotea* hitzak baliatzetik, hizkuntzak pasatu ziren erabiltzera *bat*, *bi* eta *hirukotea*. Horrela, hiruko multzoak egiten ziren, eta elementu solte bat edota bi elementu solte adierazteko, berariazko hitzak erabiliko ziren. Gerora, hiru oinarriko sistema aski ez, eta laugarren hitz bat sartuko zuten zerrendan, hots, *bat*, *bi*, *hiru* eta *laukotea*. Berdin sartuko ziren, gerora, *boskotea*, *seikotea*, etab.

[2] Adibidea. Bost oinarriko ahozko sistema bat.

Hebrida Berrietako api hizkuntzan, lehenengo hogeita lau zenbakiak adierazten dira bost hitzen konposaketak erabiliz. Hitz horiek dira: *tai*, *lua*, *tolu*, *vari* eta *luna*. Hizkuntza horretan, *luna*k eskua esan nahi du.

> «Sei» esateko, *otai* erabiltzen dute, «bateko berria»; «zazpi» esateko, *olua* darabilte, «biko berria»; «zortzi», *otolu* da, «hiruko berria»; «bederatzi», *ovari* da, «lauko berria»; eta «hamar» esateko, *lualuna* erabiltzen dute, «bi eskuak».
>
> «Hamaika» esateko, *lualuna i tai* erabiltzen dute, hots, «bi eskuak eta bat». «Hamabost» esateko, *toluluna* erabiltzen dute, «hiru esku». «Hamasei», *toluluna i tai* da, «hiru esku eta bat». «Hogei», *variluna* da, «lau esku». Azkenik, «hogeitalau» esateko, *variluna i vari* erabiltzen dute, «lau eskuak eta lau».
>
> Honenbestez, api hizkuntzaren ahozko hizkera tradizionalean, hitzak dituzte «unitateak» izendatzeko (hatzak) eta «hamarrekoak» izendatzeko (eskuak), baina sistema horretan ezin dira kardinal handiagoak izendatu.
>
> **[6] Ariketa. Ezusteko bisita bat.**
>
> Gizakiak espaziora bidaltzen ari diren zunda eta robot kopuru neurrigabeaz asaldaturik, izaki estralurtar bat Lurrera igorri dute, eragiten ari garen zabor espazialaren arazoaz ohartarazteko. Behin lurtarrekin kontaktua egin ostean, informazioa elkartrukatzeko nahian dabil, eta zenbakikuntza-sistemari buruz ere interesatu da: «Erabiltzen duzuen sistema gurearen antzekoa da, baina guk lau sinbolo besterik ez dugu erabiltzen: ¤ (zeroa), § (batekoa), ô (bikoa) eta ø (hirukoa)». Nola idatziko luke Lurraz gaindiko gure lagunak 9 zenbakia?

Antzinako Europan ohikoak izan dira sei oinarriko sistemak, hots, kopuruak adierazteko sei hitzez osaturiko zenbakikuntza-sistemak. Adibidez, jakina da finlandiera eta hungariera erro bereko aurreindoeuropar hizkuntzak direla, eta Volga ibar osoan hitz egiten zirela fino-ugriar familiako hizkuntzak.

> Antzina [hizkuntza fino-ugriarretan], batetik seira zenbatuko zuten (*yksi*, *kaksi*, *kolme*, *neljä*, *viisi*, *kuusi*), eta zazpigarren lekuan ezartzen zen ugaritasuna adierazten duen hitz generiko bat, berez, «zenbakia» deritzon hitza, *lukea* […] Gerora, hizkuntza sofistikatu ahala, erdaretatik erantsi zituzten kopuru jakinak adierazten dituzten zenbaki berriak, eta «zenbakia» hitz generikoak atzera egingo zuen sekuentzia horretan; horrela, zazpiarentzat, indoeuropar jatorriko hitza sartu zuten sekuentzian (*seitsemän*), eta, «zenbakia»k zortzigarren lekua hartuko zuen, etab. Hamar oinarriko sistema modernoa finkatu zenean, *lukea*k hartu zuen «hamar» zenbaki konkretuaren esanahia, hots, zenbakikuntza-sistema erregular berriaren oinarria (Lasa, 2018: 109-110).

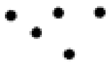
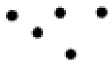
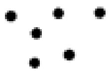
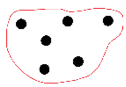
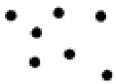
Horrela, munduko hizkuntza guztiek jokatu izan dute modu berean, eta osatuz joan dira euren zenbakizko hitzen sekuentziak, behar kultural eta komunikatibo berriak agertu ahala, horiek asetzeko. Euskaraz ere berdin gertatuko zen, zalantzarik gabe, eta garai bateko oinarrizko hitzen sekuentzia luzatuz joango zen, gutxika. Euskarak latinetik jaso duen lehenengo zenbakizko mailegu garbia «mila» terminoa litzateke, baina zailtasunak omen daude «mila» baino txikiagoak diren zenbakizko hitzen etimologia azaltzeko euskararen inguruan mintzatu izan diren bestelako hizkuntzetan oinarrituz. Edonola ere, horrek ez du esan nahi bestelako mekanismoak egon zitezkeenik zenbakizko hitzen sekuentzia «sortzeko».

[7] Ariketa. Europar Batasunaren apetak.

Hainbat zientzialarik hala aholkatuta, Europako Parlamentuak zenbakikuntza-sistema aldatu nahi du. Sistemako sinboloen kopurua aldatu nahi dute, eta bi aukera dituzte eztabaidagai. Lehenengo aukeran, 6 sinbolo erabiliko lirateke: 0, 1, 2, 3, 4 eta 5. Bigarren aukeran, berriz, 12 sinbolo: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, α, β. Idatz itzazu lehenengo hogeita bost zenbaki arruntak sistema horietako bakoitzean.

Kopuruak adierazteko zenbakikuntza-sistemen haria berreskura dezagun. Demagun, beraz, bat eta bikotea hitzak zerabiltzan gure lengoaia basikoa osatzen joan garela, eta sartu dizkiogula bestelako hitz berriak bi, hiru, lau, bost eta seikotea adierazteko. Gure zenbakikuntza-sistema bitarra, orain, sei oinarrikoa bilakatu da (3. taula). Lehen, multzoak binaka egiten genituen, eta orain, aldiz, seinaka. Zenbakien adierazpenaren eta aritmetikaren ikuspuntutik, ezertxo ere ez da aldatu, ez bada multzoen neurria. Kopuruak era bakar batean adierazten jarrai dezakegu, inolako anbiguotasunik gabe.

3. taula. Sei oinarriko sistema.

Elementuak	Multzoak	Kopuruak, seikoteak adierazita	Sei oinarrian
		Bat, bi, hiru, lau, bost	1, 2, 3, 4, 5
		Seikotea	10
		Seikotea eta bat	11

Bi oinarriko sisteman, bi digitu edo sinbolo bakarrik erabiltzen ziren, hots, 0 eta 1. Orain, sei oinarriko sistema batean, 0tik 5era bitarteko digituak edo sinboloak behar dira. Horrela, 15 adierazpenak, sei oinarrian, zera esan nahi du, «seiko multzo bat eta bost unitate», hots, *hamaika* elementu. Era berean, sei oinarriko sistema batean idatzitako 3 520 zenbakiak zera adierazten du:

$$\textit{zortziehun eta berrogei} = 3 \times 6^3 + 5 \times 6^2 + 2 \times 6^1 + 0 \times 6^0$$

[8] Ariketa. Adieraz itzazu hitzezko zenbaki hauek sei oinarriko sistema baliatuz: *zazpi*; *hamaika*; *hamasei*; *hogei*; *hogeita hamabi*.

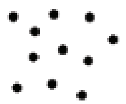
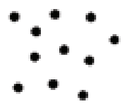
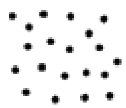
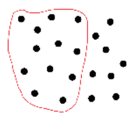
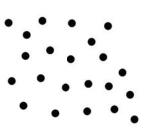
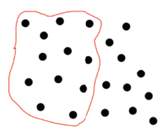
[9] Ariketa. Esan ezazu sei oinarriko adierazpen hauek hitzezko zein zenbaki adierazten duten: 10, 23, 45, 102.

[10] Ariketa. Berregin ezazu [2] ariketa, sei oinarriko multzoak eginez

Seiko multzoak oso praktikoak dira, era askoan banatu ditzakezu sei elementu hondarrik sortu gabe. Adibidez, sei arrautza arazorik gabe banatu ditzakezu bi, hiru edota sei pertsonaren artean, arrautzarik puskatu gabe. Aldiz, bost arrautza ezin ditzakezu banatu bost lagunen artean baizik. Horregatik, zatitzaile ugariko oinarriak (hamabi, hirurogei, etab.) praktikoak eta erabiliak izan dira historian zehar, zibilizazio ugaritan; aldiz, bost oinarriko sistema gutxi ezagutzen dira.

Seira arte egin dugun prozesua nahi dugun zenbakiraino luza dezakegu. Multzokatzen ditugun elementuentzat ez dago inolako mugarik. Esan bezala, historian zehar, ohikoak izan dira hamabiko multzoak (4. taula), *dozena* neurri oso erabilia izan da mundu osoko azoketan, zatitzaile ugari dituenez, banaketak egiteko kopuru egokia delako. Dozena bat arrautza erraz banatu ditzakezu bi, hiru, lau, sei eta hamabi pertsonaren artean, arrautza bakar bat ere puskatu behar izan gabe.

4. taula. Hamabi oinarriko sistema.

Elementuak	**Multzoak**	**Kopuruak, hamabikoak adierazita**	**Hamabi oinarrian**
		Bat, bi, hiru, lau, bost, sei, zazpi, zortzi, bederatzi, hamar, hamaika	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, α, β
		Hamabikoa eta zortzi	18
		Hamabikoa eta hamar	1α

Zer esanik ez, hirurogei elementuko multzo baten banaketak egin daitezke bi, hiru, lau, bost, sei, hamar, hamabost, hogei edota hogeita hamar pertsonaren artean; horrexegatik izan zuen sistema honek arrakasta antzinako Mesopotamian.

Hamabi oinarrian ohiko aritmetika egiteko, hitzak edota sinboloak behar ditugu hamabi baino txikiagoak diren elementu solteak adierazteko, hots, hamaikara arteko kopuruak adierazteko. Sinboloak erabiltzen direnean, honako hauek erabiltzen dira normalean:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \alpha, \beta\}$$

Horien artean dago 0 sinboloa, noski, zeina erabiltzen den posizio jakin batean elementurik ez dagoela adierazi nahi denean. Orain, 15 adierazpenak, hamabi oinarrian, zera esan nahi du, «hamabiko multzo bat eta bost unitate», hots, *hamazazpi* elementu. Era berean, hamabi oinarriko sistema batean idatzitako $5\alpha3$ zenbakiak zera adierazten du:

$$\textit{zortziehun eta berrogeita hiru} = 5 \times 12^2 + 10 \times 12^1 + 3 \times 12^0$$

[11] Ariketa. Adieraz itzazu hitzezko zenbaki hauek hamabi oinarriko sistema baliatuz: *zazpi*; *hamaika*; *hamasei*; *hogei*; *hogeita hamabi*.

[12] Ariketa. Esan ezazu hamabi oinarriko adierazpen hauek hitzezko zein zenbaki adierazten duten: β, 1α, 45, 102.

[13] Ariketa. Berregin ezazu [2] ariketa (edota [10] ariketa), hamabi oinarriko multzoak eginez.

1.4. ARITMETIKAREN FUNTSEZKO TEOREMA

Multzoak osatzeko mekanismoak berdin funtzionatzen du, beraz, aukeratu den oinarria edozein izanik ere. Multzoak egiteko oinarri bat aukeratzen den bakoitzean, edozein kopuru modu bakar batean adierazten da multzokatze horien arabera. Horrek, huskeria dirudien arren, sekulako garrantzia dauka, ahalbidetzen baitu aritmetika egin ahal izatea oinarri horretan. Horren da garrantzitsua, ezen Teorema bat merezi duen.

[1] Teorema. Aritmetikaren Funtsezko Teorema.

Izan bedi n kopuru jakin bat adierazten duen zenbaki arrunt bat. Izan bedi b oinarri bat, halakoa non $b \geq 2$, eta izan bitez c_k digituak, halakoak non $c_i \in \{0, 1, 2, \ldots, b-1\}$, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, k\}$ denean.

Orduan, honako adierazpen hau modu bakar batean idatz daiteke:

$$\mathrm{n} = c_k \times b^k + c_{k-1} \times b^{k-1} + \ldots + c_2 \times b^2 + c_1 \times b^1 + c_0 \times b^0$$

Aritmetikaren Funtsezko Teoremaren arabera, zenbaki bakoitzak adierazpen bakarra du oinarri jakin batean. Hau da, oinarri bat hautatzen den aldiro, zenbaki arrunt bat modu bakarrean adierazten da oinarri horren berreturen arabera, betiere sistemak erabiltzen dituen digituak oinarria bera baino txikiagoak baldin badira. Oinarri jakin batean eman den kopuru bat beste oinarri batean adierazi nahiko bagenu, *oinarriaren aldaketa* deritzon prozesua burutuko genuke. Datozen jarraibideen bidez, oinarri batetik besterako aldaketa nola egin azalduko da.

[1] Prozedura. 10 oinarrian adierazitako *n* zenbakia, *b* oinarrira nola pasa ($b \neq 10$).

Lehenengo eta behin, oinarri berrian zenbakiak dituen unitateen kopurua (lehen mailako unitateak) jakin beharko dugu. Horretarako, zenbakia oinarriaz zatitu behar dugu. Hondarrak esango digu multzokatu gabe gelditu diren unitateak zenbat diren. Aldiz, zatidurak adierazten du oinarriaren araberako zenbat multzo egin ditugun. Beraz, zatidura berriz zatituko dugu oinarriaz, eta, horrela, bigarren mailako unitateen kopurua lortuko dugu («hamarrekoak»). Prozedura horri jarraitzen zaio azken hondarra eta azken zatidura lortzen diren arte. Hain zuzen ere, oinarria bera baino txikiagoa den azken zatidura horrek adierazten du maila goreneko digitua zein den.

Demagun, adibidez, ohiko 10 oinarrian idatzitako 235 zenbakia, $b = 5$ oinarrian idatzi nahi dugula. Prozedurari jarraituko diogu, harik eta zatiduraren bat oinarria bera baino txikiagoa izan arte:

$$\begin{array}{rrrr}
235 & \multicolumn{1}{|l}{5} & & \\ \cline{2-2}
0 & 47 & \multicolumn{1}{|l}{5} & \\ \cline{3-3}
 & 2 & 9 & \multicolumn{1}{|l}{5} \\ \cline{4-4}
 & & 4 & 1
\end{array}$$

Hau da, prozedura honen bidez lortzen diren hurrenez hurreneko hondarrak eta azken zatidura hauek dira:

$$235 = 47 \times 5 + 0$$

0 unitate eta 5eko 47 multzo.

$$47 = 9 \times 5 + 2$$

2 bigarren mailako unitate eta 5^2ko 9 multzo.

$$9 = 1 \times 5 + 4$$

4 hirugarren mailako unitate (5^3), eta laugarren mailako (5^4) unitate 1. Hots:

$$235_{(10} = 1\,420_{(5}$$

[2] Prozedura. *b* oinarrian adierazitako *n* zenbakia ($b \neq 10$), 10 oinarrira nola pasa.

Lehen ez bezala, orain, n zenbakiaren adierazpen polinomikoa idatzi behar dugu b oinarriaren berreturen arabera; eta, ondoren, adierazpen polinomikoa batuko dugu.

Esate baterako, $n = 2\ 034$ zenbakia $b = 5$ oinarrian idatzitako zenbaki bat baldin bada, haren 10 oinarriko adierazpena honela lortuko dugu:

$$2\ 034_{(5} = 2 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 4 \times 5^0 = 269_{(10}$$

[3] Prozedura. b_1 oinarriko *n* zenbakia, b_2 oinarrira nola pasa ($b_1 \neq b_2 \neq 10$).

Zenbaki bat, n, $b_1 \neq 10$ oinarrian idatzitako zenbakia baldin bada, eta adierazpen hori beste $b_2 \neq 10$ oinarri batean idatzi nahi izanez gero, aurreko bi teknikak elkartu ditzakegu. Hots, parte hartzen duten bi oinarriak 10en ezberdinak baldin badira, lehenengo eta behin, n zenbakia b_1 oinarritik 10 oinarrira pasa dezakegu ([2] prozeduraren bidez), eta ondoren, emaitza gisa lorturiko adierazpen hori bera 10 oinarritik b_2 oinarrira pasa daiteke ([1] prozeduraren bidez).

1.5. ZENBAIT ONDORIO

Haurraren zentzumen numerikoa magnitude elementalen neurketari loturik abiatzen da, eta hasieran, balio dikotomikoak besterik ez du hartzen. Kardinalaren ezagutza goiztiarrari esker, haurra gai da kopuru txikiei izena jartzeko, oraindik zenbaketa erabiltzen ez duen arren. Zenbakien izenak ikasi ahala, geroz eta kopuru handiagoak izendatzeko aukera izango du, eta gutxika, ohartuko da hitz horiek egitura jakin bat dutela: sekuentzia ordenatu bat osatzen dutela, alegia.

Baina kopuru handiak antolatzeko, hitzen sekuentzia jakitearekin ez da aski izango, sekuentzia ordenatua den arren luzeegia delako, eta kopuruak multzokatzen ere ikasi beharko da. Zenbakikuntza-sistema baten oinarri gisa hautatu daiteke 2, edo 2 baino handiagoa den edozein zenbaki. Hain zuzen ere, Aritmetikaren Funtsezko Teoremak diosku behin oinarri bat hautatuta, kopuruak modu bakar batean adieraz daitezkeela oinarri horren arabera. Oinarri jakin batean adierazitako kopuru bat beste edozein oinarritan adieraz daiteke, oinarriaren aldaketaren prozedurak baliatuz.

Datorren kapituluan, zenbaketa-teknikak abiapuntu hartuta, sakondu egingo da zenbakizko sekuentziaren elaborazioan eta zenbakiak adierazteko erabiltzen diren sistemen ezaugarrietan. Horrez gainera, zenbaki arrunten multzoa ezaugarritzen duten egitura matematikoak aztertuko dira, hala nola erlazio bijektiboak, multzo ordenatuen ezaugarriak edota infinituarekin aritzean agertzen diren zenbait paradoxari buruz ere.

SAKONTZEKO ARIKETAK

[14] Ariketa. Aldatu kasu bakoitzean zenbakiaren oinarria[2]:

a) $415_{(10}$ $b = 3$ oinarrira

b) $999_{(10}$ $b = 7$ oinarrira

c) $25\,842_{(10}$ $b = 12$ oinarrira

d) $1\,001\,110_{(2}$ $b = 10$ oinarrira

e) $\alpha\,\beta\gamma6_{(13}$ $b = 10$ oinarrira

f) $33\,421_{(5}$ $b = 3$ oinarrira

g) $34\,250_{(6}$ $b = 4$ oinarrira

h) $102\,102_{(3}$ $b = 7$ oinarrira

[15] Ariketa. Idatzi ondoko zenbaki hau 3 oinarrian:

$$1 + 3 + 3^2 + 3^4 + 3^6$$

3 oinarriko adierazpena lortu baduzu, erraza da zenbaki hori bera 9 oinarrian adieraztea; nola?

[16] Ariketa. Idatzi ondoko zenbaki hau 5 oinarrian:

$$5 \times (5 \times (5 \times (5 + 4) + 3) + 2) + 1$$

[17] Ariketa. 16 oinarrian, ondoko digituak erabiltzen dira[3]:

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$$

Aldatu ondoko zenbakien oinarriak:

a) $\beta6_{(16}$ $b = 10$ oinarrira

b) $\beta6_{(16}$ $b = 2$ oinarrira

Azken horretan, bada modu bat zuzenean 16 oinarritik 2 oinarrira igarotzeko, tartean 10 oinarria erabili gabe; nola?

---

2. *Oharra:* Kontuan hartu, 13 oinarrian, honako digitu hauek erabiltzen direla: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *α, β, γ*. Greziar alfabetoko lehenengo hiru letrak honela irakurtzen dira: *alfa*, *beta* eta *gamma*.

3. *Oharra*: Greziar alfabetoko letra horiek honela irakurtzen dira: *alfa*, *beta*, *gamma*, *delta*, *epsilon* eta *zeta*.

[18] Ariketa. Erantzun oinarriari buruzko galdera hauek:

a) Zein *b* oinarri erabili behar da, hamar oinarriko 17 zenbakia $21_{(b}$ bihur dadin?

b) Zein *b* oinarri erabili behar da, hamar oinarriko 326 zenbakia $2\,301_{(b}$ bihur dadin?

c) Esan zein *b* oinarritan beteko den honako hau: $55_{(b} + 43_{(b} = 131_{(b}$

d) Esan zein *b* oinarritan beteko den honako hau: $55_{(b} \times 3_{(b} = 253_{(b}$

e) *b* oinarri jakin batean $36_{(b} + 45_{(b} = 103_{(b}$ betetzen baldin bada, zenbat da $36_{(b} \times 45_{(b}$ oinarri horretan berean?

f) Zein *b* oinarri erabili behar da, $554_{(b}$ zenbakia $24_{(b}$ren karratua izan dadin?

g) Zenbaki baten bila gabiltza. Badakigu *b* oinarrian $435_{(b}$ idazten dela, eta $b + 1$ oinarrian, aldiz, $326_{(b+1}$ idazten dela. Aurkitu *b*-ren balioa eta idatzi bila gabiltzan zenbakia 10 oinarrian.

h) *b* oinarri jakin batean, $479_{(b}$, $698_{(b}$ eta $907_{(b}$ zenbakiak *progresio aritmetikoan* daude. Zein da oinarri hori?

i) 7 oinarrian idatzitako zenbaki batek atzekoz aurrera agertzen ditu bere zifrak 9 oinarrian idaztean. Zein da zenbaki hori? Adierazi zenbakia 10 oinarrian.